

令和7（2025）年度
東京大学大学院総合文化研究科
広域科学専攻修士課程入学試験問題

相関基礎科学系 総合科目
（令和6年7月20日 9:30～13:00）

試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。開始の合図があるまで、下記の注意事項をよく読んでください。

1. 本冊子は、相関基礎科学系を志望する受験者のためのものである。
2. 本冊子の本文は28ページである。落丁、乱丁又は印刷不鮮明の箇所があった場合には、手を挙げて申し出ること。
3. 第1問～第15問から3問を選択して解答すること。
4. 配付された3枚の解答用紙（両面使用可）は、問題ごとに1枚を使用すること。
5. 解答用紙の上の欄に、解答した問題の番号、科目名、氏名及び受験番号を、次の記入例のように記入すること。なお、氏名、受験番号を記入していない答案は無効である。

記入例

問題番号	科目名	氏名	受験番号
第5問	物理学（4）	〇〇〇〇	〇〇〇〇

6. 特に指定がない限り日本語または英語で解答すること。
7. 本冊子の最後の3枚は草稿用紙である。切り離して使用してもよい。
8. 試験の開始後は、中途退場を認めない。
9. 本冊子、解答用紙及び草稿用紙は持ち帰ってはならない。
10. 次の欄に受験番号と氏名を記入せよ。

受験番号	
氏名	

相關基礎科学系 総合科目

目 次

第1問	数学	1
第2問	物理学（1）	2～3
第3問	物理学（2）	4～5
第4問	物理学（3）	6～7
第5問	物理学（4）	8～9
第6問	化学（1）	10～12
第7問	化学（2）	13～15
第8問	化学（3）	16～18
第9問	化学（4）	19～21
第10問	生物学・生物物理学（1）	22～23
第11問	生物学・生物物理学（2）	24
第12問	科学史・科学哲学（1）	25
第13問	科学史・科学哲学（2）	26
第14問	科学史・科学哲学（3）	27
第15問	科学史・科学哲学（4）	28

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第 1 問 数学

I. $y = y(x)$ に関する次の微分方程式の一般解を求めよ. ただし $'$ は x についての微分 $\frac{d}{dx}$ を表す.

(1) $xy' = x^3 + y$ (2) $y'' + y' - 2y = 6xe^x$

II. 以下の問に答えよ.

(1) 次で定義される実変数 x の関数 $f(x)$ のフーリエ級数展開を求めよ.

$$f(x) = x^2 \quad (-\pi \leq x \leq \pi), \quad f(x) = f(x + 2\pi) \quad (-\infty < x < \infty)$$

(2) 前問の結果を用いて, $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)^2 dx$ を計算することにより, 無限級数 $s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ の値を求めよ.

III. $[0, \infty)$ 上の連続関数の列 $f_n(x)$, $n = 1, 2, \dots$, は, $n \rightarrow \infty$ で $f(x)$ に各点収束し, 各 n で $\int_0^{\infty} f_n(x) dx$ は有限の値を持つ. このとき,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} f_n(x) dx = \int_0^{\infty} f(x) dx$$

が つねに成立するならば証明し, そうでなければ反例を挙げよ.

IV. 2×2 行列のなす複素線形空間を V とする. $A \in V$ に対し, V 上の線形写像 $f_A : V \rightarrow V$ を

$$f_A(X) = AX - XA \quad (X \in V)$$

と定義する. V の基底を $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする.

(1) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対し, f_A の表現行列, すなわち

$$f_A(e_j) = \sum_{i=1}^4 e_i m_{ij} \quad (j = 1, \dots, 4)$$

となる 4×4 行列 $M = (m_{ij})_{1 \leq i, j \leq 4}$ を求めよ.

(2) 前問の A で $bc \neq 0$ の場合, f_A の核の次元とその基底を与えよ.

V. 2次元ラプラス作用素 $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ は $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ として (r, θ) 座標系で表すと次の様になる.

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

(1) $\Delta u = 0$ の解のうち, $r^n f(\theta)$ (n は正整数, $f(\theta)$ は θ の 2π 周期関数) と表せるものを 1 つ求めよ.

(2) $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$ とする. 次の境界値問題の解 $u(x, y)$ を 1 つ求め, (x, y) 座標系で表せ.

$$\begin{cases} \Delta u(x, y) = 0, & (x, y) \in D \\ u(\cos \theta, \sin \theta) = \sin^3 \theta, & \theta \in [0, 2\pi) \end{cases}$$

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第2問 物理学 (1) (その1)

以下の問 I, II に答えよ。ただし、結果だけでなく、導出過程も簡単に記すこと。また、プランク定数を 2π で割ったものを \hbar とする。

I. 一次元調和振動子のハミルトニアン

$$\hat{H} = \hat{K} + \hat{U}, \quad \hat{K} = \frac{\hat{p}^2}{2m}, \quad \hat{U} = \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$$

について考える。ここで、 m は質量、 ω は固有振動数である。 \hat{K} と \hat{U} はそれぞれ運動エネルギー演算子とポテンシャルエネルギー演算子である。 \hat{x} と \hat{p} はそれぞれ粒子の位置演算子と運動量演算子であり、交換関係は $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ となる。

- (1) 交換関係 $[\hat{x}, \hat{H}]$, $[\hat{p}, \hat{H}]$ を計算せよ。
- (2) 量子状態 $|\psi\rangle$ は定常であるとする。このとき、時間に依存しない任意の演算子 \hat{A} の期待値について

$$\frac{d}{dt}\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle = 0$$

が成り立つことを利用して

$$\langle\psi|\hat{x}|\psi\rangle = \langle\psi|\hat{p}|\psi\rangle = 0$$

であることを示せ。

- (3) 前問と同様にして、定常な量子状態 $|\psi\rangle$ について、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの期待値が一致することを示せ。(ヒント： $\frac{d}{dt}\langle\psi|\hat{x}\hat{p}|\psi\rangle = 0$ であることを利用せよ。)
- (4) 状態 $|\Psi\rangle$ に対する演算子 \hat{A} の揺らぎを

$$\delta A = \sqrt{\langle\Psi|\hat{A}^2|\Psi\rangle - \langle\Psi|\hat{A}|\Psi\rangle^2}$$

と定義する。規格化された基底状態 $|0\rangle$ に対する位置 \hat{x} と運動量 \hat{p} の揺らぎ δx_0 , δp_0 を求めよ。なお、ここで、基底状態のエネルギーが $\langle 0|\hat{H}|0\rangle = \hbar\omega/2$ であることを用いてよい。

- (5) 位置と運動量の基底状態における揺らぎを用いて、消滅演算子は

$$\hat{a} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{x}}{\delta x_0} + i \frac{\hat{p}}{\delta p_0} \right)$$

と定義できる。基底状態 $|0\rangle$ と第二励起状態 $|2\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{a}^\dagger\hat{a}^\dagger|0\rangle$ の重ね合わせ状態

$$|\phi(\theta)\rangle = \cos\theta|0\rangle - \sin\theta|2\rangle, \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

について考える。この状態に対する位置 \hat{x} の揺らぎ $\delta x(\theta)$ を計算し、揺らぎが最小になる θ の値とそのときの揺らぎの大きさを求めよ。また、その大きさと δx_0 との大小を答えよ。ここで、 $\sin\beta = 2/\sqrt{6}$ を満たし $0 < \beta < \pi/2$ である β を使ってよい。

2025 年度修士課程入学試験問題
 相関基礎科学系 総合科目

第2問 物理学(1) (その2)

II. 二準位系の量子状態 $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ による正規直交基底 $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ に対してパウリ行列

$$\hat{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \hat{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{Y} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

を定義する。また、時間に依存しない任意のハミルトニアン \hat{H} による時間 t の時間発展演算子を $\hat{U}_{\hat{H}}(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}$ と書く。

- (1) 時間に依存しないハミルトニアン \hat{H}_0 を、角周波数 ω を用いて $\hat{H}_0 = \frac{\hbar\omega}{2}\hat{Z}$ と定義する。量子状態 $\hat{U}_{\hat{H}_0}(t)|0\rangle$ を求めよ。
- (2) 時間に依存しない任意の二準位系のハミルトニアン \hat{H} に対し、 $\hat{U}_{\hat{H}}(t)$ は t についての関数 $\alpha_0(t), \alpha_1(t), \alpha_2(t), \alpha_3(t)$ を用いて $\hat{U}_{\hat{H}}(t) = \alpha_0(t)\hat{I} + \alpha_1(t)\hat{X} + \alpha_2(t)\hat{Y} + \alpha_3(t)\hat{Z}$ と書ける。ハミルトニアン \hat{H} が $c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 1$ を満たす実数 c_1, c_2, c_3 を用いて $\hat{H} = \hbar\omega(c_1\hat{X} + c_2\hat{Y} + c_3\hat{Z})$ と書けるときの $\alpha_0(t), \alpha_1(t), \alpha_2(t), \alpha_3(t)$ を求めよ。ただし、 $(c_1\hat{X} + c_2\hat{Y} + c_3\hat{Z})^2 = \hat{I}$ であることを用いてよい。
- (3) ある系の時間に依存しないハミルトニアンが角周波数 Ω を用いて $\hat{H}_\Omega = \frac{\hbar\Omega}{2}\hat{X}$ と書かれるとする。 \hat{H}_Ω による時間発展後の状態が Ω に依存しないとき、その量子状態を一つ答えよ。
- (4) \hat{H}_0 を問 (1) で定義されたハミルトニアンとし、 $\hat{H}_1 = \frac{\hbar\omega}{2}\hat{X}$ とする。問 (3) の条件を満たす量子状態は、初期状態 $|0\rangle$ をハミルトニアン $\hat{H}_0 + \hat{H}_1$ で一定時間だけ時間発展させることで準備することができる。 $\hat{U}_{\hat{H}_0 + \hat{H}_1}(t)|0\rangle$ が問 (3) の条件を満たす量子状態となる最小の時間 t を求めよ。

\hat{H}_0 または \hat{H}_1 のどちらかのハミルトニアンによる時間発展しか一度に実現できない状況において、問 (4) の状態準備で用いた時間発展 $\hat{U}_{\hat{H}_0 + \hat{H}_1}(t)$ を近似的に実現する方法を考える。

- (5) 微小時間 Δt に対し、 $\hat{U}_{\hat{H}_0 + \hat{H}_1}(\Delta t) - \hat{U}_{\hat{H}_0}(\Delta t)\hat{U}_{\hat{H}_1}(\Delta t)$ を Δt の二次まで求めよ。
- (6) 任意の時間 t と正の整数 N に対し、 \hat{H}_0 と \hat{H}_1 による時間 $\frac{t}{N}$ の時間発展を交互に N 回繰り返したときの時間発展は $\hat{V}_N(t) = \left[\hat{U}_{\hat{H}_0}\left(\frac{t}{N}\right)\hat{U}_{\hat{H}_1}\left(\frac{t}{N}\right) \right]^N$ で表される。与えられた時間 t に対し、 $\hat{V}_N(t)|0\rangle$ が $\hat{U}_{\hat{H}_0 + \hat{H}_1}(t)|0\rangle$ をどれだけ良く近似しているかを $|\Delta_N\rangle \equiv \hat{V}_N(t)|0\rangle - \hat{U}_{\hat{H}_0 + \hat{H}_1}(t)|0\rangle$ で定義されるベクトル $|\Delta_N\rangle$ の大きさ $\sqrt{\langle \Delta_N | \Delta_N \rangle}$ で定める。 ϵ を 1 より十分小さな正の実数とすると、 $\sqrt{\langle \Delta_N | \Delta_N \rangle} \lesssim \epsilon$ を満たすために取るべき N の条件を ϵ と t を用いて答えよ。ただし、 \lesssim は ϵ の一次のオーダーで成り立つ不等号を意味する。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第3問 物理学 (2) (その1)

以下の問I, II, IIIに答えよ。なお、絶対温度を T 、ボルツマン定数を k_B 、 $\beta = (k_B T)^{-1}$ とする。また、計算を要する問題は、結果だけでなく、導出過程も簡単に記すこと。

I. 熱力学的に安定な気体を考察しよう。気体の粒子数は一定であり、その状態は内部エネルギー U と体積 V のみで指定されるとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 気体に微小な操作を行う。この際の内部エネルギー U の微小変化 dU を、気体の温度 T と圧力 P 、エントロピー S の微小変化 dS 、体積 V の微小変化 dV を用いて表せ。
- (2) 気体が熱力学的に安定であることを用いて、微小量の二次の精度で、 $U(S, V)$ の二階微分と dS, dV が満たす不等式を書け。
- (3) 前問の結果から出発して、定圧熱容量 C_P と等温圧縮率 $\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ が非負であることを示せ。

II. 圧力を下げることで気体を冷却する過程について考えよう。気体の粒子数は一定であり、その状態は内部エネルギー U と体積 V のみで指定されるとする。気体の温度を T 、圧力を P 、体積を V 、エンタルピーを H 、定圧熱容量を C_P とする。さらに熱膨張率を $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ とし、この気体では $\alpha > 0$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) ジュール・トムソン過程は、エンタルピー一定のもとで圧力を下げる過程である。この過程における、圧力 P の微小変化 dP による温度 T の微小変化 dT は、

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H dP$$

により評価できる。 dT を V, T, α, C_P, dP で表せ。

- (2) 準静的な断熱可逆膨張も、気体を冷却する過程とみなせる。この過程における、圧力 P の微小変化 dP による温度 T の微小変化 dT を、 V, T, α, C_P, dP で表せ。
- (3) ジュール・トムソン過程と準静的な断熱可逆膨張過程で、同じだけ圧力を微小に下げるとき ($dP < 0$)、どちらの方が温度が下がるか答えよ。さらにその結果を、熱力学第二法則の観点から、3行程度で説明せよ。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第3問 物理学 (2) (その2)

III. 質量 M 、重心周りの慣性モーメント I の二原子分子 N 個からなる気体系を考える。各々の分子の重心の位置を (x_i, y_i, z_i) 、分子の向きを $\mathbf{n}_i = (\sin \theta_i \cos \phi_i, \sin \theta_i \sin \phi_i, \cos \theta_i)$ とする ($i = 1, 2, \dots, N$)。この系のハミルトニアンは、各分子の重心運動量 $\mathbf{p}_i = (p_{ix}, p_{iy}, p_{iz})$ 、 θ_i と ϕ_i に共役な運動量 $p_{i\theta}, p_{i\phi}$ を用いて

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\mathbf{p}_i^2}{2M} + \frac{1}{2I} \left(p_{i\theta}^2 + \frac{p_{i\phi}^2}{\sin^2 \theta_i} \right) \right] \quad (*)$$

で与えられる。気体は温度 T で、体積 V の箱に閉じ込められている。以下の問いに答えよ。

(1) この系の分配関数 $Z(T, V, N)$ は、 h をプランク定数として以下の積分で与えられる。

$$Z(T, V, N) = \frac{1}{h^{5N} N!} \int e^{-\beta \mathcal{H}} \prod_{i=1}^N dx_i dy_i dz_i dp_{ix} dp_{iy} dp_{iz} d\theta_i d\phi_i dp_{i\theta} dp_{i\phi}$$

積分を実行し、 $Z(T, V, N)$ を求めよ。

(2) この系の圧力 $P(T, V, N)$ を求めよ。

(3) この系のエネルギー $U(T, V, N)$ と定積熱容量 $C(T, V, N)$ を求めよ。

分子は電氣的に中性で、一定の大きさ μ の電気双極子モーメント $\boldsymbol{\mu}_i = \mu \mathbf{n}_i$ をもつとする。 z 軸方向の電場 $\mathbf{E} = (0, 0, E)$ を加えると、式 (*) のハミルトニアンには $-\sum_{i=1}^N \boldsymbol{\mu}_i \cdot \mathbf{E}$ という項が加わる。このときの電気分極は、 $\frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\mu}_i$ の熱平均で与えられる。その z 成分を \mathcal{P}_z とする。

(4) \mathcal{P}_z を、 T, V, N, E の関数として求めよ。また、 $E \rightarrow +\infty$ での \mathcal{P}_z の値を答えよ。

(5) 異なる二つの温度について、電場の大きさ E に対する \mathcal{P}_z のグラフの概形をそれぞれ描け。ただし、高温と低温の違いが明確になるように示すこと。

(6) 電気定数を ϵ_0 とすると、この系の電気感受率 χ は、 $\epsilon_0 \chi = \lim_{E \rightarrow 0} \frac{\partial \mathcal{P}_z}{\partial E}$ で与えられる。電気感受率 χ の温度依存性のグラフの概形を描け。

(7) $E > 0$ として、系の定積熱容量の温度依存性のグラフの概形を描け。また、 $T \rightarrow 0$ と $T \rightarrow +\infty$ での定積熱容量の値をそれぞれ求め、得られた値について物理的な解釈を与えよ。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第 4 問 物理学 (3) (その 1)

以下の電磁気学に関する問 I, II、力学に関する問 III, IV, V にそれぞれ答えよ。必要であれば以下で与えるマクスウェル方程式を用いてよい。

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} \right)$$

ただし、 \mathbf{E} と \mathbf{B} は電場と磁場 (磁束密度)、 ρ と \mathbf{j} は電荷密度と電流密度を表す。 ϵ_0 と μ_0 は電気定数と磁気定数で、その近似値は $\epsilon_0 \simeq 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$ 、 $\mu_0 \simeq 1.257 \times 10^{-6} \text{ NA}^{-2}$ である。また、計算を要する問題は、結果だけでなく、導出過程も簡単に記すこと。

I. 電荷の位置を制御する際には通常磁場を用いる。その理由の 1 つは「電荷だけでは安定なつり合い状態を作れない」というアンショーの定理にある。以下の問 (1), (2) では、三次元空間に置かれた点電荷を例に、この定理が成り立つことを具体的に確認しよう。

- (1) 正の点電荷 Q ($Q > 0$) および 2 つの同じ値の負の点電荷 $-q$ ($q > 0$)、あわせて 3 つの点電荷を考える。これらを直線上に並べたところ、それぞれの点電荷に働くクーロン力がいずれもつり合った。電荷が満たすべき関係式およびつり合いの配置の例を 1 つ求めよ。また、このつり合い状態が不安定なことを示せ。
- (2) より一般に N 個 ($N \geq 3$) のゼロでない点電荷を三次元空間に配置する。そのうちの 1 つの点電荷を微小に Δr ずらしたときの安定性を Δr の二次のオーダーで評価し、安定なつり合い状態が存在しないことを示せ。

II. 高度約 60 km 以上に存在する電離圏 (電離層) では大気がイオン化し、プラズマ状態にある。電離圏における大気中の自由電子密度を見積もるため、プラズマ中を伝搬する電磁波について考察しよう。以下の問 (1)–(3) に答えよ。

- (1) 希薄で一様な中性のプラズマを考える。このプラズマ中を電磁波が伝搬すると、電磁波の影響により自由電子が運動する。このとき、電流密度 \mathbf{j} の時間微分 $\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}$ と電場 \mathbf{E} が $\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \alpha \mathbf{E}$ の関係を満たすことが知られている (α は比例係数)。プラズマ中の自由電子の運動を適切にモデル化することにより、この関係式を導出し、比例係数 α を求めよ。ただし、原子核は自由電子と比べて十分重いので、その運動は無視してよい。また、モデル化の際に必要な物理量は自分で導入して解答すること。
- (2) 問 (1) のプラズマ中を伝搬する電磁波として、波長 λ 、周波数 ν の平面波を考えよう。マクスウェル方程式を解くことで、波長 λ と周波数 ν の関係を求めよ。また、その結果に基づいて、プラズマ中を伝搬可能な電磁波の周波数領域を求めよ。ただし、解答には比例係数 α を用いてもよい。
- (3) FM ラジオの電波 (周波数 10^8 Hz 程度) は通常電離圏を透過するが、局地的・突発的に大気の状態が変化すると、電離圏を透過せず、反射される場合がある。これはプラズマ中の自由電子の数密度が一時的に 2, 3 桁変動するためである。この事実と前問までの結果を用いることで、電離圏における自由電子のおおよその数密度を推定せよ。ただし、電子の電荷と質量はおおよそ $-2 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、 $9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ である。

2025 年度修士課程入学試験問題
 相関基礎科学系 総合科目

第 4 問 物理学 (3) (その 2)

III. 鉛直方向に運動する質量 m の質点を考える。質点には、鉛直下向きに重力加速度の大きさが g の一様重力が働いている。またそれに加えて、速度 v に比例する抵抗力 $-\mu v$ 、および速度の 3 乗に比例する微小な抵抗力 $-\varepsilon av^3$ が質点に働いている。ただし μ, a, ε は正の定数である。これら以外の力は質点には働いていない。

時刻 t における速度を $v(t)$ とする。ただし速度は鉛直上向きを正と定義する。時刻 $t = 0$ において、質点の速度は $v(0) = 0$ であった。 ε を微小として速度 $v(t)$ を ε で展開し、 $v(t) = v_0(t) + \varepsilon v_1(t) + O(\varepsilon^2)$ と表すことにする。この $v_0(t)$ と $v_1(t)$ を求めよ。ただし導出過程を記す前に、一文程度で導出の方針を記すこと。

IV. x 軸上を運動する質量 m の質点を考える。時刻 t における質点の位置を $x(t)$ とする。この質点にはバネ定数 k の線形バネがつながっている。バネの力以外に、質点には速度に依存する抵抗力 $-\mu \frac{dx}{dt}$ 、および角振動数 ω の振動外力 $F \sin(\omega t)$ が働いている。これら以外の力は質点には働いていない。質点の運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - \mu \frac{dx}{dt} + F \sin(\omega t) \quad (a)$$

である。ただし m, k, μ, F は正の定数とする。

この質点の長時間後の挙動は、 A を ω に依存する正の定数として、 $x(t) = A \sin(\omega t + \theta(\omega))$ と書ける。ただし $\theta(\omega)$ は、振動外力との位相のずれを与える連続関数である。 $\omega \rightarrow 0$ および $\omega \rightarrow \infty$ における位相のずれ $\theta(\omega)$ を求めよ。また、 ω が微小および非常に大きい値のときの $\theta(\omega)$ の挙動が分かるように、 $\theta(\omega)$ の ω ($0 < \omega < \infty$) に対するグラフの概形を記せ。この問題は、答えのみの解答で構わない。

V. xz 面内に、 z 軸正領域に滑らかな壁と x 軸正領域に滑らかな床がある。 z 軸正方向を鉛直上向きとする。ここに、長さ L 、質量 M で密度が一様な、太さが無視できる棒を立てかける (図 1 (左))。時刻 t における棒と壁のなす角度を $\theta(t)$ とする。棒には重力加速度の大きさが g の鉛直下向きの一様重力が働いている。壁および床から棒への摩擦力は働かないものとする。

静止した状態で棒を立てかけた後、静かに手を離すと、しばらくの間、棒は壁および床と接触を続けながら、 xz 面内で倒れていった (図 1 (右))。この運動において、 $\theta(t)$ の満たすべき運動方程式 ($\theta(t)$ の二階微分を、 $\theta(t)$ およびその一階微分で表した式) を導出せよ。ただし導出過程を記す前に、一文程度で導出の方針を記すこと。

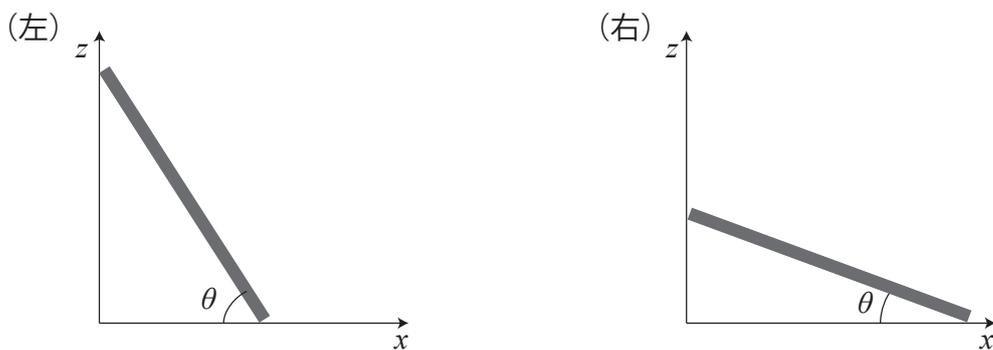


図 1

2025 年度修士課程入学試験問題

相関基礎科学系 総合科目

第5問 物理学 (4) (その1)

以下の問 I、II について答えよ。

I 物質中の電磁波 (光) の伝播に関する以下の問いに答えよ。計算を要する問題は、結果だけでなく、導出過程も簡単に記すこと。

- (1) 以下の (i), (ii) から 1 つを選び、その意味を 2 ~ 3 行程度で説明せよ。
 (i) ブリュースター角、 (ii) エバネッセント光

2 つの誘電体の境界面近傍での角振動数 ω の平面電磁波の伝播を考える。電磁波の波数ベクトルと電場ベクトルはそれぞれ x 軸、 y 軸に平行であるとして、以下の問いに答えよ。なお、誘電体の比透磁率は 1 とする。また、誘電体中の電磁波の吸収はないものとする。真空中の光速は c とする。

- (2) 図 1 のように屈折率 n_1 の誘電体 1 と屈折率 n_2 の誘電体 2 が境界面 ($x = 0$) で接しているとき、 x 軸に沿って伝播する角振動数 ω 、波数 k の電磁波を考える。誘電体 1 で、 x 軸正 (負) の向きに伝播する電磁波に +(-) の添え字を取ると、 y 軸方向の単位ベクトル e_y 、複素振幅 E_{\pm} を用いて、電場は $e_y E_{\pm} \exp[i(\pm kx - \omega t)]$ のように表される。同様に、誘電体 2 では複素振幅 A_{\pm} を用いて、電場は $e_y A_{\pm} \exp[i(\pm kx - \omega t)]$ のように表される。このとき、電磁場の境界条件から E_+ 、 E_- 、 A_+ 、 A_- の間に以下の関係式が成り立つことを示せ。

$$\begin{pmatrix} E_+ \\ E_- \end{pmatrix} = \frac{1}{2n_1} \begin{pmatrix} n_1 + n_2 & n_1 - n_2 \\ n_1 - n_2 & n_1 + n_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} \quad (a)$$

- (3) 電磁波を誘電体 1 側から境界面 ($x = 0$) に対して垂直に入射した。関係式 (a) を用いて、境界面での電磁波のエネルギー反射率 $R = |E_-/E_+|^2$ を求めよ。また、 $x = 0$ での反射波の位相 $\theta_- = \arg E_-$ を $x = 0$ での入射波の位相 $\theta_+ = \arg E_+$ を用いて表せ。
- (4) 図 2 のように、空気中にある厚さ d の誘電体薄膜に対して角振動数 ω の電磁波を、 $x < 0$ の領域から薄膜面に対して垂直に入射した。 $x = 0$ での入射波と反射波の電場の複素振幅をそれぞれ E_i 、 E_r とするとき、振幅反射率 E_r/E_i を求めよ。ただし、薄膜の屈折率は n 、空気の屈折率は 1 とする。
- (5) 2 種類の誘電体を用いて、レーザー光に対してエネルギー反射率がほぼ 1 の平面ミラーを作ることができる。このような誘電体ミラーの構造とその原理を、それぞれ 2 行程度で説明せよ。必要ならば、図を用いてもよい。

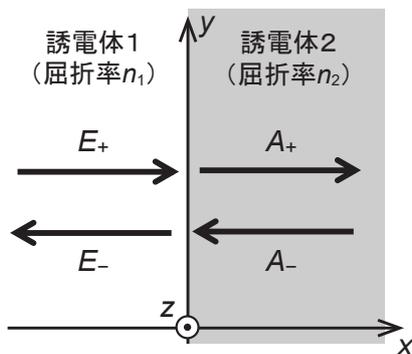


図1

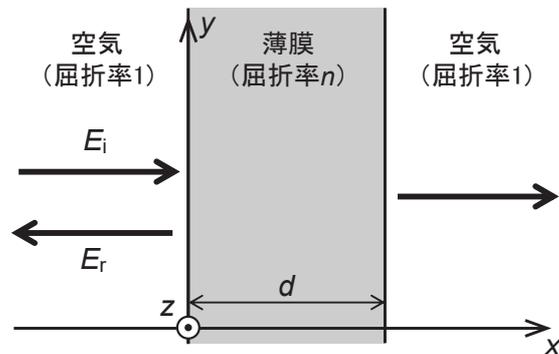


図2

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第5問 物理学（4）（その2）

II 固体の電気伝導について自由電子系を用いて考える。一辺の長さ L 、体積 $V = L^3$ の立方体形状の固体に N 個の電子がいるとしよう。電子の有効質量は m とする。必要に応じてプランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34}$ Js、電気素量 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C を用いてよい。

- (1) 自由電子の従うハミルトニアンを $H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$ としたとき、周期的境界条件 $\psi(x, y, z) = \psi(x + L, y, z) = \psi(x, y + L, z) = \psi(x, y, z + L)$ のもとでの固有波動関数を求めよ。
- (2) フェルミエネルギー ϵ_F の式を求めよ。また、電子密度 $n = N/V = 10^{29} \text{m}^{-3}$ 、電子の有効質量 $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg のとき、フェルミ速度として最も近いものを以下の(ア)–(オ)から選択せよ。
 (ア) 10^5 m/s (イ) 10^6 m/s (ウ) 10^7 m/s (エ) 10^8 m/s (オ) 3×10^8 m/s
- (3) 代表的な金属として、一般に導線に使われる純銅と、電気回路のハンダ付けに使われるハンダ（スズと鉛の合金）を考えよう。室温での抵抗率はそれぞれ $10^{-8} \Omega\text{m}$ 、および $10^{-7} \Omega\text{m}$ であった。室温の平均自由行程のおよその値を以下から選択せよ。また、銅とハンダの室温での抵抗が異なる原因を「平均自由行程」と「移動度」という単語を用いて1、2行程度で説明せよ。銅とハンダの電子密度、電子の有効質量に問(2)の値を使ってよい。
 (ア) 0.05 nm (イ) 0.5 nm (ウ) 5 nm (エ) 50 nm (オ) 500 nm

- (4) 図3にいくつかの物質の抵抗の温度依存性を示す。室温(300K)での抵抗で規格化した。銅とハンダの抵抗の温度依存性に対応するグラフを図3の(ア)–(オ)から選べ。また、温度依存性が生じる原因について室温と低温での主要な散乱の原因に触れながら、銅とハンダのそれぞれについて、1行程度で説明せよ。
- (5) リンを不純物として含む半導体のシリコンでは温度下降とともに抵抗が上昇した。(a) 純粋なシリコンにリンを不純物として加えたときに室温での抵抗がどのように変化するかを原因も含めて説明せよ。(b) 低温で抵抗が上昇する原因について説明せよ。(c) 伝導キャリアが電子かホールかを調べる方法を一つ説明せよ。それぞれの問について、1、2行程度で説明すること。

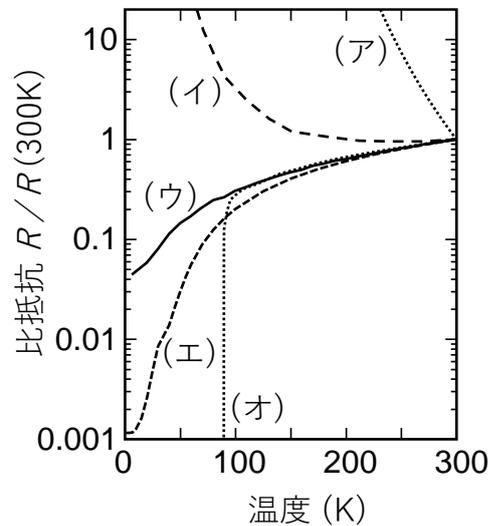


図3

2025 年度修士課程入学試験問題
 相関基礎科学系 総合科目

第6問 化学(1) その1

次の問I~IIIに答えよ。

- I. エチレンカチオンラジカルの不対電子を、図1に示す2つのp軌道(ϕ_A, ϕ_B)からなる分子軌道上の1つの電子で近似的に考える。図1に示すように、2つのp軌道それぞれの節面のなす角を θ とする。この分子軌道を $\psi = C_A\phi_A + C_B\phi_B$ としたとき、電子が持つエネルギー E は次式で与えられる。

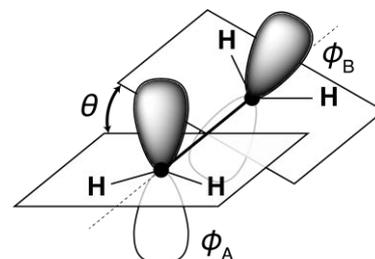


図1. 2つのp軌道(ϕ_A, ϕ_B)

$$E = \frac{\int \psi^* \hat{H} \psi d\mathbf{r}}{\int \psi^* \psi d\mathbf{r}}$$

ここで \hat{H} は系のハミルトニアン、 $d\mathbf{r}$ は体積要素である。クーロン積分($\int \phi_A^* \hat{H} \phi_A d\mathbf{r} = \int \phi_B^* \hat{H} \phi_B d\mathbf{r}$)、共鳴積分($\int \phi_A^* \hat{H} \phi_B d\mathbf{r} = \int \phi_B^* \hat{H} \phi_A d\mathbf{r}$)、重なり積分($\int \phi_A^* \phi_B d\mathbf{r} = \int \phi_B^* \phi_A d\mathbf{r}$)は θ の変化に伴い次の値を取るものとする。

	クーロン積分	共鳴積分	重なり積分
$\theta = 0^\circ$	α	β	S
$\theta = 90^\circ$	α	0	0

以下の問に答えよ。ただし、 C_A, C_B は実数、 $\alpha, \beta < 0, \beta < \alpha S$ とし、 ϕ_A, ϕ_B はそれぞれ規格化されているものとする。

- (1) 平面 ($\theta = 0^\circ$) のときのエネルギー E_0 と、垂直 ($\theta = 90^\circ$) のときのエネルギー E_{90} を $C_A, C_B, \alpha, \beta, S$ を含む形でそれぞれ示せ。
- (2) 平面 ($\theta = 0^\circ$) のときのエネルギー E_0 を C_A, C_B それぞれについて最小化することで得られる式を示せ。
- (3) 平面 ($\theta = 0^\circ$) において永年方程式を解くと、2つの状態(状態1, 状態2)が得られる。以下の問(a)(b)に答えよ。ただし、状態1, 2のエネルギーをそれぞれ ϵ_1, ϵ_2 ($\epsilon_1 < \epsilon_2$) とする。
 - (a) ϵ_1, ϵ_2 を α, β, S を含む形で示せ。
 - (b) 状態1と状態2のエネルギー差を α, β, S を含む形で示せ。
- (4) エチレンカチオンラジカルを光励起したとき、どのような構造変化が起こると考えられるか、理由とともに示せ。ただし、構造変化は図1中の θ が変化することのみ起こるものとし、構造変化に伴うエネルギー変化は(1)~(3)の結果を参考にする。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第6問 化学（1）その2

II. 電子および振動の基底状態にあるフッ化水素分子HFに対して波長30.38 nm（光子エネルギー 40.81 eV）の電磁波を用いて光電子スペクトルを測定したところ、異なる運動エネルギーを持つ複数の光電子のピークが観測された。各ピークは異なる電子・振動状態のHF⁺の生成に対応し、各ピークの光電子の運動エネルギーと帰属を表1に示した。以下の間に答えよ。

表1 光電子の運動エネルギーとその帰属

HF ⁺ の電子状態	基底状態（X状態）			励起状態（A状態）			
HF ⁺ の振動量子数	0	1	2	0	1	2	3
光電子の運動エネルギー(eV)	24.77	24.40	24.07	21.70	21.54	21.41	21.31
ピークの相対強度	32	12	3.7	1	2.0	2.3	1.8

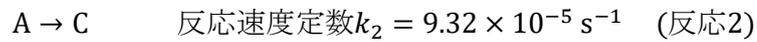
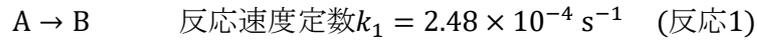
- (1) 電子および振動の基底状態にあるHFから電子および振動の基底状態にあるHF⁺を生成するために必要な最低のエネルギー（イオン化エネルギー）をeV単位を用いて有効数字2桁で答えよ。
- (2) HF⁺のA状態における分子振動の振動数をHz単位を用いて有効数字2桁で答えよ。答える際には、HF⁺のA状態の振動量子数 0 および 1 に対応する光電子の運動エネルギーのデータを用いよ。必要があれば $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ 、およびプランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J s}$ を用いて良い。
- (3) HF⁺の振動を調和振動とみなしたとき、X状態とA状態ではどちらの力の定数が大きいか理由とともに答えよ。
- (4) HFのどの分子軌道から電子が放出されてX状態のHF⁺が生成したと考えられるか、理由とともに答えよ。ただし、電子基底状態におけるHFの電子配置を答え、放出された電子が占めていた分子軌道の記号（ 1σ , 1π など）を用いて答えよ。
- (5) X状態のHF⁺の平衡核間距離は、電子基底状態におけるHFの平衡核間距離と比べて大きく変化しないと考えられる。この理由を答えよ。
- (6) A状態のHF⁺の平衡核間距離は、電子基底状態におけるHFの平衡核間距離と比べて長くなるか、短くなるか。理由とともに答えよ。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第6問 化学(1) その3

III. 以下の問に答えよ.

(1) 以下の反応1と反応2について考える.



反応1と反応2の反応速度がともにAの濃度[A]に対し1次で依存する場合, 生成物の濃度比 $\frac{[B]}{[C]}$ を有効数字3桁で求めよ. ただしBとCの初濃度はそれぞれ0であり, 上記2つ以外の反応の影響は無視できるとする.

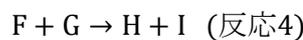
(2) 以下の反応3について考える. ただし, 反応3の反応速度はDの濃度[D]に対して2次で依存し, 反応速度定数は k_3 であるとする. 以下の問(a)(b)に答えよ.



(a) [D]の時間変化 $\frac{d[D]}{dt}$ を[D]と k_3 を用いて表せ.

(b) 反応時間 $t = 0$ においてDの初濃度が $[D]_0$ という条件で, 反応3を開始させたところ, 反応開始後10分で $[D] = \frac{[D]_0}{2}$ となった. 反応開始後30分における[D]を $[D]_0$ を用いて表せ.

(3) 以下の反応4について考える. 以下の問(a)–(c)に答えよ.



(a) 反応時間 $t = 0$ におけるFとGの初濃度をそれぞれ $[F]_0$, $[G]_0$ とする. 反応4の反応速度がFの濃度[F]とGの濃度[G]に対しそれぞれ1次で依存する場合, [F]と[G]は, 時間 t までに反応したFの濃度 x を用いて, それぞれ $[F] = [F]_0 - x$, $[G] = [G]_0 - x$ と書くことができる. 反応4の反応速度定数が k_4 である場合, x の時間変化 $\frac{dx}{dt}$ を x , k_4 , $[F]_0$, $[G]_0$ を用いて表せ.

(b) 問(a)の結果を用いて, 反応4について下記の速度式が成立することを示せ.

$$\ln \frac{[F][G]_0}{[G][F]_0} = -k_4([G]_0 - [F]_0)t$$

ただし必要があれば, $\frac{1}{(a-y)(b-y)} = \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{a-y} - \frac{1}{b-y} \right)$ という関係式を用いても良い.

(c) 問(b)で示した速度式について, $[G]_0 \gg [F]_0$ が成り立つ場合, 反応4は擬一次反応とみなすことができる. このとき, $\ln \frac{[F]}{[F]_0}$ を k_4 , $[F]_0$, $[G]_0$, t のなかから必要なものを用いて近似的に表せ.

(4) 反応物の半減期が1秒以下である反応の反応速度を調べるための実験方法として「ストップフロー法」, 「流通法」, 「温度ジャンプ法」, 「閃光光分解法」などがある. これらのなかから1つを選び説明せよ.

2025 年度修士課程入学試験問題
関連基礎科学系 総合科目

第7問 化学（2）その1

以下の問I～IIIに答えよ。必要であれば次の周期表を参照せよ。

\	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	H																	He
2	Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
3	Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
6	Cs	Ba	ランタノイド	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
7	Fr	Ra	アクチノイド	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg	Cn	Nh	Fl	Mc	Lv	Ts	Og
			ランタノイド	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu
			アクチノイド	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr

I. 以下の問に答えよ。

(1) ホウ素化合物に関する以下の問(a)–(c)に答えよ。

- (a) 三フッ化ホウ素 (BF_3) について、VSEPR (原子価殻電子対反発) モデルに基づきルイス構造を図示せよ。共有電子対を“–”で、孤立電子対 (非共有電子対) を“:”で示すこと。
- (b) BF_3 とアンモニア (NH_3) の反応によって得られる化合物について、立体構造の特徴が分かるように図示せよ。
- (c) BF_3 、三塩化ホウ素 (BCl_3)、三臭化ホウ素 (BBr_3) の各分子について、 NH_3 との反応性の高い順に左から示せ。その理由も述べよ。

(2) リチウム原子とホウ素原子に関する以下の問(a)(b)に答えよ。

- (a) 第一イオン化エネルギーを比べると、どちらが大きいのか、理由とともに答えよ。
- (b) 第二イオン化エネルギーを比べると、どちらが大きいのか、理由とともに答えよ。

(3) 沸点に関する以下の問(a)(b)に答えよ。

- (a) H_2 と F_2 を比べると、どちらの沸点が高いか、理由とともに答えよ。
- (b) PF_3 と PH_3 を比べると、 PF_3 の方が低い沸点を示す。その理由を答えよ。

(4) 半導体の電気伝導率 σ は、 $\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$ と表される。ここで E_g はバンドギャップの幅、 σ_0 は定数、 k はボルツマン定数、 T は温度を表す。 σ の温度依存性について答えよ。また、バンド構造を図示して、その理由を説明せよ。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第7問 化学(2) その2

II. 以下の問に答えよ。

- (1) 水分子の分子軌道を水素原子の 1s 軌道および酸素原子の 2s および 2p 軌道から形成することを考える。図1のように、2 個の H が y 軸上かつ z 軸に対して対称な位置にあり、O が z 軸上にあるとする。まず、2 個の H の 1s 軌道から、対称的な軌道 ϕ_1 と反対称的な軌道 ϕ_2 を構成し、これらと O の 2s, 2p 軌道との相互作用を考え、図2 のエネルギー準位図を得た。以下の問(a)–(c)に答えよ。

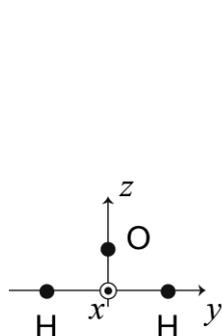


図 1. H₂O 分子の座標系。

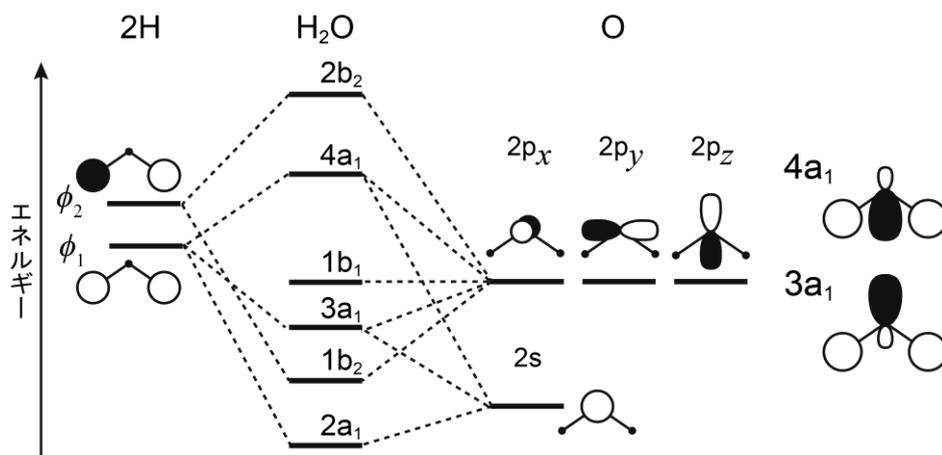
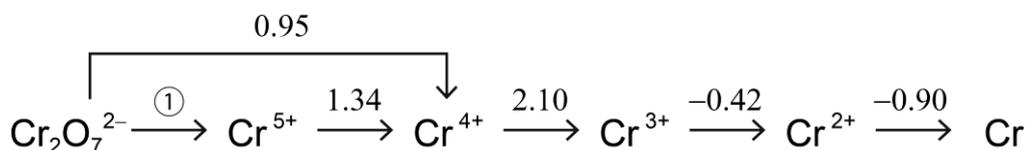


図 2. H₂O 分子の分子軌道のエネルギー準位図および 4a₁, 3a₁ 軌道の概形。

- (a) 2p_x, 2p_y, 2p_z 軌道のうち、 ϕ_1 と ϕ_2 のどちらとも相互作用しないものはどれか。理由とともに答えよ。
- (b) 図2 の 1b₂ 軌道および 2b₂ 軌道の概形を、図2 の 4a₁, 3a₁ 軌道にならって描け。
- (c) 図2 の分子軌道の中で、ルイス構造における O–H の σ 結合に対応するものはどれか、理由とともに答えよ。
- (2) ある元素の種々の酸化状態の化学種を、酸化状態が最も高いものを一番左側におき、右に行くにつれて低くなるように並べ、各状態を結ぶ矢印の上に標準電極電位 (V) を書いた図をラティマー図という。下に示す酸性溶液中 (pH = 0) のクロムの化学種のラティマー図を考える。以下の問(a)–(d)に答えよ。



- (a) 標準電極電位とは何か、答えよ。
- (b) ①の過程の標準電極電位を答えよ。答えだけでなく、計算過程も示すこと。
- (c) Cr²⁺が Cr と Cr³⁺に不均化する反応は自発的に起こるか。反応ギブスエネルギーの観点から理由とともに答えよ。
- (d) 酸性溶液から塩基性溶液 (pH = 14) に変えた場合に、新たに塩基性溶液のラティマー図にあらわれる化学種をすべて答えよ。

2025 年度修士課程入学試験問題
 相関基礎科学系 総合科目

第7問 化学(2) その3

III. 図1に示す正八面体形 ML_6 錯体 (M^{n+} は遷移金属イオン, Lは配位子を表す) について以下の間に答えよ.

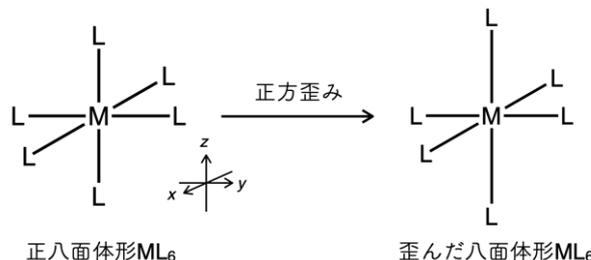


図1. 正八面体形と歪んだ ML_6 錯体の模式図. 歪みを誇張して示している.

(1) 結晶場理論に基づく正八面体形 ML_6 錯体の d 軌道は図2のように分裂する. 球対称の環境における d 軌道のエネルギーに比べ e_g 軌道は不安定化し, t_{2g} 軌道は安定化する理由を述べよ.

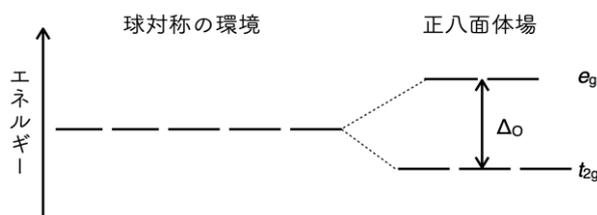


図2. ML_6 錯体の d 軌道のエネルギー準位図. Δ_o は e_g と t_{2g} 軌道間のエネルギー差を示す.

- (2) M^{n+} が Fe^{2+} の場合について, 正八面体形 ML_6 錯体の配位子場安定化エネルギー (Ligand-Field Stabilization Energy: LFSE) を e_g 軌道と t_{2g} 軌道間のエネルギー差 (Δ_o) (図2) とスピン対生成エネルギー (P) を用いて, 高スピン型および低スピン型のそれぞれについて示せ.
- (3) 問(2)の結果に基づき, 高スピン型より低スピン型の正八面体形 ML_6 錯体が安定になる条件を示せ.
- (4) 式1に示す 3d 金属の 2 価イオン M^{2+} からなるアクア錯体 $[M(OH_2)_6]^{2+}$ の水分子と単座配位子(L)との交換を考える.



M と式1の平衡定数 K_f の対数の関係は L によらず概ね図3のようなになる. 以下の問(a)-(c)に答えよ.

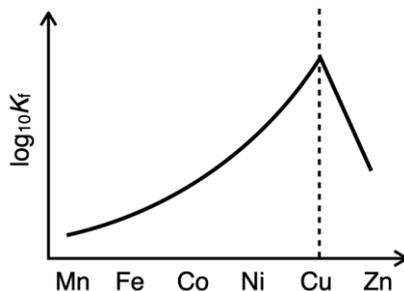


図3. 式1の配位子交換における平衡定数 K_f の対数と M との関係の概略図.

- (a) Mn, Fe, Co, Ni の順に $\log_{10}K_f$ が大きくなる 2 つの理由を述べよ.
- (b) Cu の $\log_{10}K_f$ が Ni のそれよりも大きくなる理由を錯体の正方歪み (図1) に基づきエネルギー準位図を示し説明せよ.
- (c) 図1に示す歪んだ八面体形 ML_6 錯体が属する点群を示せ.
- (5) 4d, 5d 金属イオンの中には ML_4 平面四角形錯体をとるものがある. ML_4 錯体の d 軌道の分裂を, 正八面体形 ML_6 錯体の z 軸上の 2 つの L を無限遠に離すことで考え, ML_4 平面四角形錯体をとるやすい d 電子数を理由とともに答えよ.

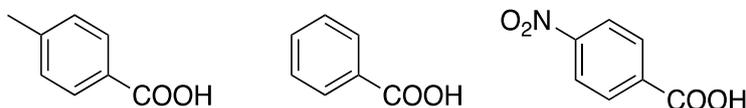
2025 年度修士課程入学試験問題
 相関基礎科学系 総合科目

第8問 化学(3) その1

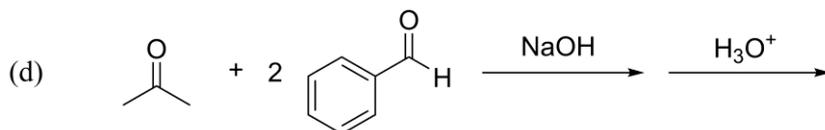
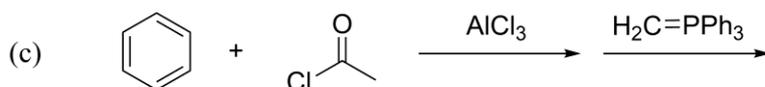
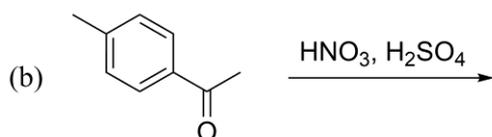
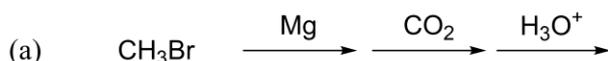
次の問I~IIIに答えよ。

I. 有機化合物の性質や反応に関する次の問(1)~(4)に答えよ。

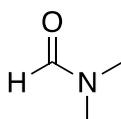
(1) 以下の化合物の中で、水溶液中で最も小さな pK_a を示す化合物はどれか。理由とともに答えよ。



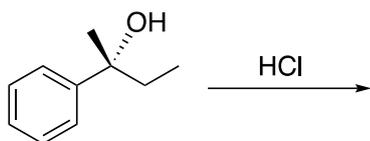
(2) 以下の(a)~(d)のそれぞれの反応で生成する主要な有機化合物の構造式を示せ。



(3) 下図の *N,N*-ジメチルホルムアミド (DMF) は、 $^1\text{H NMR}$ を室温で測定すると2つのメチル基が非等価に観測される。DMFの共鳴構造を示し、メチル基が非等価に観測される理由を述べよ。



(4) 以下の置換反応について生成物の構造式を示せ。また、この反応によって不斉炭素の立体化学はどのように変化するか、文章の空欄に入る適切な語句を下の語群の中から選べ。



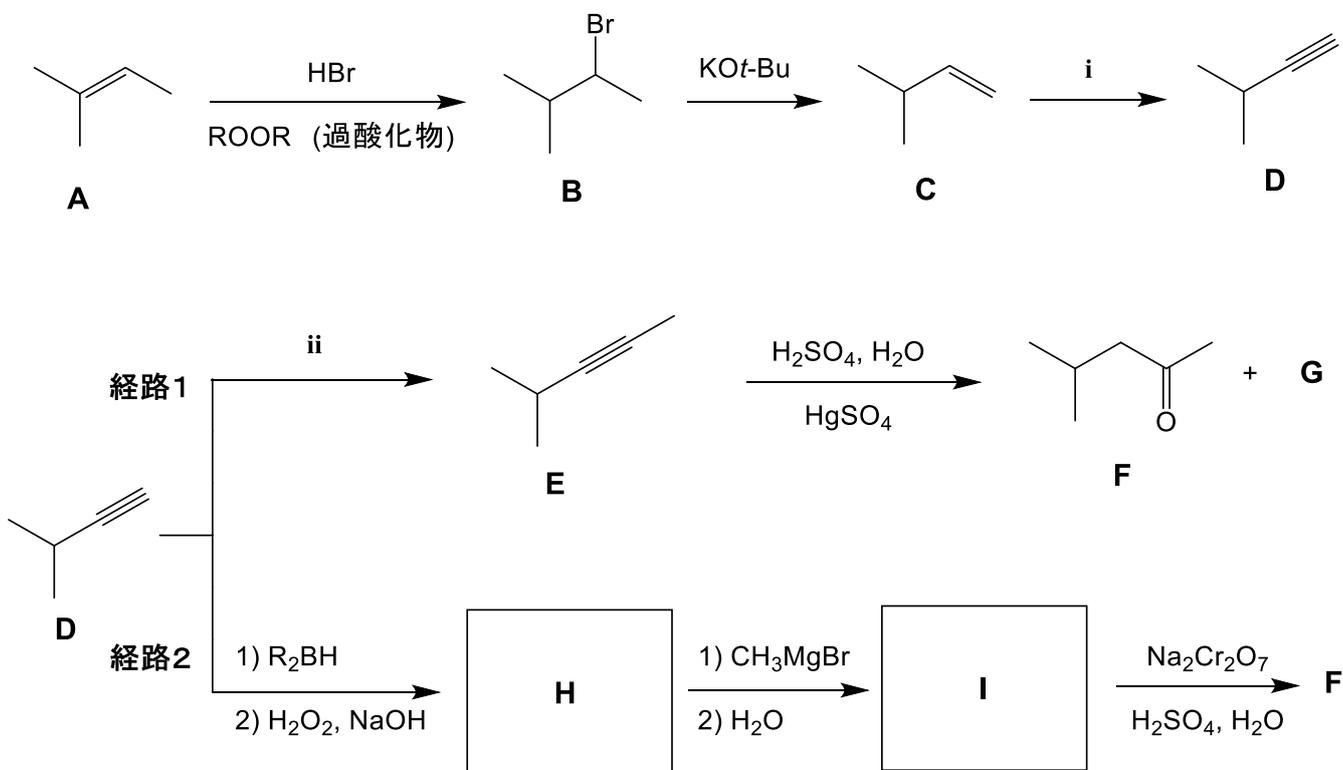
この反応では不斉炭素の立体化学は 。

語句： 保持される ・ 反転する ・ 保持されず、ラセミ化する

2025 年度修士課程入学試験問題
 相関基礎科学系 総合科目

第 8 問 化学 (3) その 2

II. 内部アルケン **A** からケトン **F** の選択的合成に関する次の問(1)~(6)に答えよ.

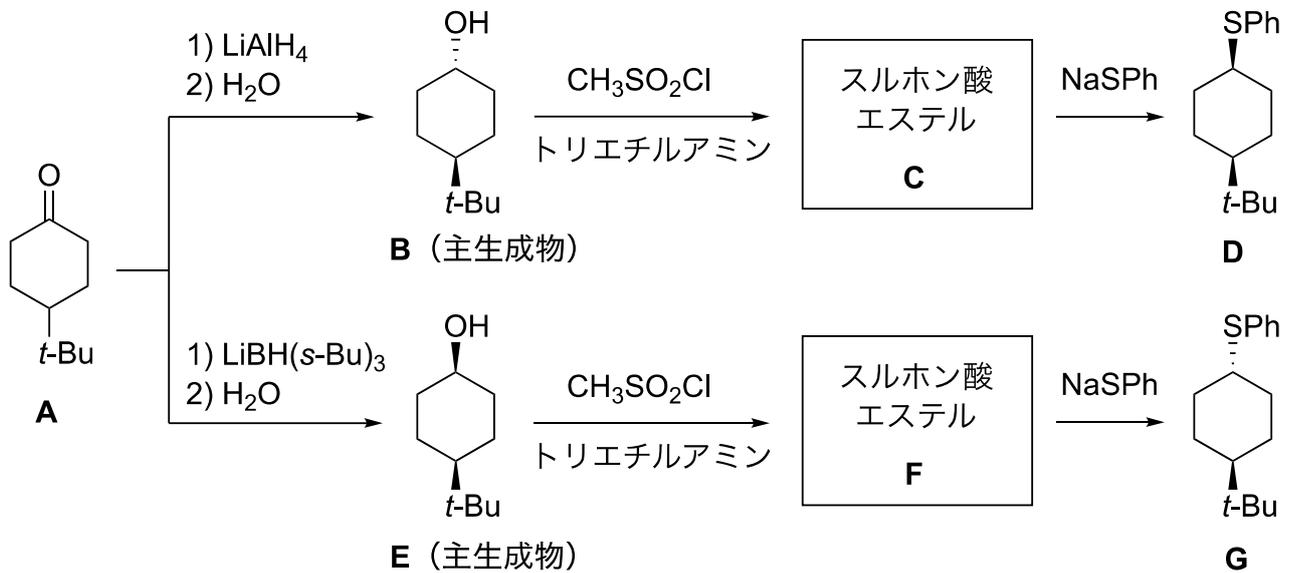


- 化合物 **A** から臭化水素の付加反応により化合物 **B** を高選択的に得るためには、過酸化物により臭素ラジカルを発生させる必要がある。その理由を述べよ。
- B** の脱離反応により化合物 **C** を高選択的に得るためには、塩基として KOMe ではなく KOt-Bu を用いる必要がある。その理由を述べよ。
- i** および **ii** に適する反応試薬を下記(ア)~(キ)の中から選びそれぞれ答えよ。
 (ア) H_2 , Pd/C (イ) NaNO_2 , HCl (ウ) CH_3MgBr , Pd(PPh₃)₄ (エ) NaBH_4
 (オ) CH_3COOOH (カ) 1) NaNH_2 , 2) CH_3I (キ) 1) Br_2 , 2) NaNH_2 (過剰量)
- 経路 1 では目的とする化合物 **F** とは別に化合物 **G** が生成した。**G** の構造式を示せ。
- 経路 2 では化合物 **H**, **I** を経て **F** が選択的に生成した。**H** および **I** の構造式を示せ。
- 以下の分析結果(a)~(c)に該当する化合物を **A, B, D, E, F** の中からそれぞれ選べ。
 (a) 質量分析において、 m/z 値が 2 異なるほぼ同じ強度の分子イオンピークが 2 本現れた。
 (b) ^1H NMR 分析において、5.2 ppm 付近に積分強度比が 1 H に相当するピークが現れた。
 (c) 赤外分光分析において、 1700 cm^{-1} 付近に特徴的なピークが現れた。

2025 年度修士課程入学試験問題
 相関基礎科学系 総合科目

第 8 問 化学 (3) その 3

III. 以下の反応式について、次の問(1)~(5)に答えよ。



- 化合物 **B** の構造を最も安定ないす形配座で示せ。
- B** と $\text{CH}_3\text{SO}_2\text{Cl}$ をトリエチルアミンとともに反応させると、スルホン酸エステル **C** が得られた。**C** の構造式と **B** から **C** への反応機構を立体化学がわかるようにそれぞれ示せ。電子対の動きは巻き矢印で示すこと。
- 化合物 **A** と $\text{LiBH}(\text{s-Bu})_3$ との反応で、化合物 **E** が主生成物として得られる理由を述べよ。
- E** から得られたスルホン酸エステル **F** と NaSPh との $\text{S}_{\text{N}}2$ 反応生成物である化合物 **G** は、**B** からでも合成できる。**B** から **G** を合成する方法を示せ。各段階に必要な試薬を示すこと。ただし、**A** を経由してはならない。
- C** または **F** に強塩基を作用させると、いずれからでも $\text{E}2$ 反応が進行して 4-*t*-ブチルシクロヘキセンが得られた。**C** と **F** とでは、どちらの反応が速く進行すると考えられるか、理由とともに答えよ。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第9問 化学(4) その1

次の問I~IIIに答えよ。

I. 以下の問に答えよ。

計算に必要であれば、次の数値を用いてもよい。 $\sqrt{2} \approx 1.41$ $\sqrt{3} \approx 1.73$ $\sqrt{5} \approx 2.24$

(1) 次の文章を読み、以下の問(a)(b)に答えよ。

AB型のイオン結晶の代表例であるNaCl型は、陰イオンが①_____格子を構成し、その八面体間隙に陽イオンが入った構造をとる。Cl⁻からみると最近接のNa⁺は②_____個あり、Na⁺とCl⁻の配位数は同じで②_____である。

(a) 下線部①と②にあてはまる語句や数値をそれぞれ答えよ。

(b) NaCl型の結晶格子内で、陰イオン同士がちょうど接しているとする。陽イオン半径(r^+)と陰イオン半径(r^-)の比(r^+/r^-)を計算し、有効数字2桁で答えよ。計算式を示すこと。

(2) 次の文章を読み、以下の問(a)(b)に答えよ。

ゼオライトは、細孔構造をもつ結晶性のアルミノケイ酸塩であり、イオン交換作用を有する。ゼオライトは、水道水に含まれる2価の陽イオン(Mg²⁺やCa²⁺)を除去し、軟水化するために用いられている。

(a) 組成式 $K_{12}[Al_{12}Si_{12}O_{48}]$ で示されるゼオライトと、水道水に含まれる2価の陽イオン(X^{2+})との間におこるイオン交換反応のイオン反応式を示せ。

(b) X^{2+} の総濃度が $1.0 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$ である水道水 1.0 L から、 X^{2+} を完全に除去するために必要なゼオライトの最小量(g)を計算し、有効数字2桁で答えよ。ゼオライトのイオン交換率を100%とする。

計算に必要であれば、以下の原子量を用いよ。 O: 16, Al: 27, Si: 28, K: 39

(3) 次の文章を読み、以下の問(a)–(c)に答えよ。

過マンガン酸イオン(MnO_4^-)を含む溶液がある。この溶液の吸収スペクトルを、光路長 1.0 cm のセルを用いて測定したところ、波長 525 nm において吸収極大を示し、その吸光度は 2.5 であった。 MnO_4^- 以外の化学種による吸収は考えなくてよい。

Lambert-Beer 則によると、入射光の強度を I_0 、透過光の強度を I 、光路長を l (cm)、試料の濃度を c (mol L^{-1})、モル吸光係数 ϵ ($\text{L cm}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) とすると、吸光度 A について、

$$A = -\log_{10} \frac{I}{I_0} = \epsilon c l \text{ が成立する。}$$

(a) この測定において I が I_0 の何倍か計算し、有効数字2桁で答えよ。

(b) この測定の問題点を吸光度や問(a)の計算結果に基づき説明し、解決策を述べよ。

(c) MnO_4^- のモル吸光係数を計算するため、あらためて以下の実験を行った。溶液中の MnO_4^- の濃度を $2.0 \times 10^{-4} \text{ mol L}^{-1}$ とし、吸収スペクトルを光路長 1.0 cm のセルを用いて測定したところ、波長 525 nm において吸収極大を示し、その吸光度は 0.50 であった。波長 525 nm におけるモル吸光係数 ϵ ($\text{L cm}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) を計算し、有効数字2桁で答えよ。また、この吸収帯の帰属を理由とともに記せ。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第9問 化学(4) その2

II. 気相中で分子 A と分子 B が衝突することによって起こる二分子反応を考える. 分子 A, B を, 質量がそれぞれ m_A, m_B , 半径がそれぞれ r_A, r_B の剛体球とみなし, これら 2 分子の換算質量を μ , 衝突断面積を σ_c とする. 2 分子系の運動を考えるにあたって, 系全体の並進運動(重心運動)を分離し, 2 分子の相対運動を扱う, 重心座標系の考え方をを用いる. この 2 分子系が持つ総運動エネルギーから, 重心運動の運動エネルギーを差し引いたものを相対運動の運動エネルギーと考えることができる. 分子 A, B の速度をそれぞれ \vec{v}_A, \vec{v}_B とすると, 重心速度 \vec{V} と相対速度 \vec{u} は式 1 のように表される.

$$\vec{V} = \frac{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}{m_A + m_B}, \quad \vec{u} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \quad (\text{式 1})$$

v_A, v_B, V, u の大きさをそれぞれ v_A, v_B, V, u と表すこととする. 以下の間に答えよ.

- (1) 分子 A, B の換算質量 μ を m_A, m_B の式で表せ.
- (2) 分子 A, B の相対運動の運動エネルギーを, 換算質量 μ を含む式で表せ.
- (3) 分子 A, B の衝突断面積 σ_c を r_A, r_B の式で表せ.
- (4) 気相二分子反応では, 反応物である 2 分子が衝突したとしても, 必ずしも反応が進行するとは限らない. その理由として考えられることを述べよ.
- (5) 分子 A, B の相対速度の大きさ u が, 温度 T におけるマクスウェル-ボルツマン分布に従うものとする. u の平均 \bar{u} と二乗平均 $\overline{u^2}$ は, 式 2 のように表される. ただし, k_B はボルツマン定数である.

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi\mu}}, \quad \overline{u^2} = \frac{3k_B T}{\mu} \quad (\text{式 2})$$

分子 A, B の数密度(単位体積あたりの分子数)をそれぞれ n_A, n_B とする. 以下の問(a)(b)に答えよ.

- (a) 分子 A, B の相対運動の運動エネルギーの平均値を $\mu, \sigma_c, T, k_B, n_A, n_B$ のうち必要なものを用いた式で示せ.
- (b) 分子 A, B が十分に希薄な条件で, 単位体積, 単位時間あたりに分子 A と分子 B が衝突する平均回数を, $\mu, \sigma_c, T, k_B, n_A, n_B$ のうち必要なものを用いた式で示せ.

2025 年度修士課程入学試験問題
 相関基礎科学系 総合科目

第9問 化学(4) その3

III. 1,3-ブタジエンとシクロブタジエンそれぞれの構造式と炭素原子間の結合距離を図1に示す. これに関連する次の問(1)~(6)に答えよ. 図2, 3で示された α と β はそれぞれ π 結合を形成する炭素原子の原子軌道のクーロン積分と共鳴積分を, 白黒のローブは原子軌道の位相を表す.

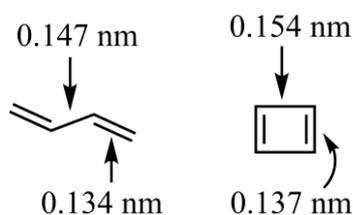


図1. 1,3-ブタジエンとシクロブタジエンの構造式と炭素原子間の結合距離.

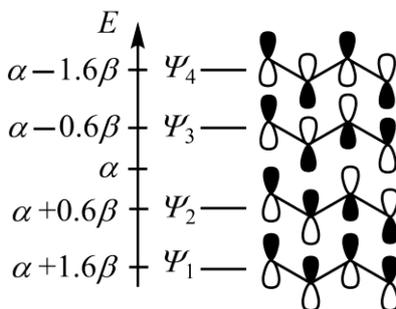


図2. 1,3-ブタジエンの π 電子系のヒュッケル分子軌道のエネルギー準位と概形.

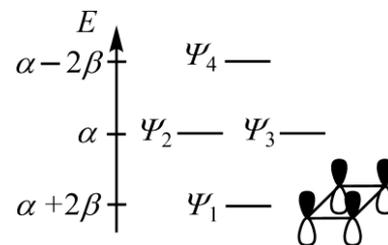
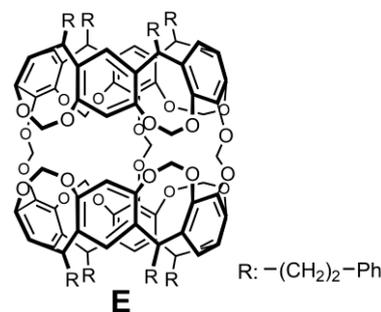
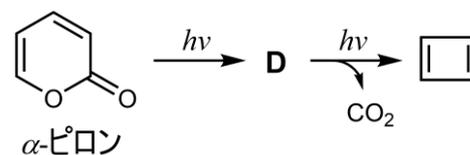
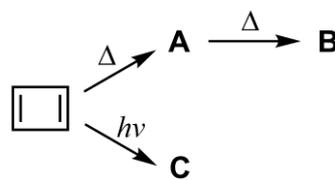


図3. シクロブタジエンの4員環が正方形であると仮定した際の π 電子系のヒュッケル分子軌道のエネルギー準位と概形.

- 1,3-ブタジエンとシクロブタジエンの π 電子の数をそれぞれ答えよ.
- 1,3-ブタジエンでの図1で示された炭素原子間の結合距離が異なる理由を, 図2に示すその π 電子系のヒュッケル分子軌道のエネルギー準位と概形に基づいて述べよ.
- シクロブタジエンの4員環が正方形ではなく長方形である理由を, その π 電子系のヒュッケル分子軌道に基づいて考察する. 以下の問(a) (b)に答えよ.
 - シクロブタジエンの4員環が正方形であると仮定した際の π 電子系のヒュッケル分子軌道のエネルギー準位と概形を図3に示した. 図3中の分子軌道 ψ_2 , ψ_3 , ψ_4 の概形を ψ_1 にならってそれぞれ示せ. 原子軌道の係数の大きさは考慮しなくてよい.
 - シクロブタジエンの4員環が正方形ではなく長方形である理由を, π 電子系のヒュッケル分子軌道のエネルギー準位と概形に基づいて考察して述べよ.
- シクロブタジエンは, 反応性が高く, 光禁制・熱許容の化学反応によって2量化して化合物Aとなり, その後, 8員環化合物Bとなる. また, 光許容・熱禁制の化学反応によって化合物Cとなる. A, B, Cの構造式をそれぞれ示せ.
- シクロブタジエンの構造を観測するため, $-265\text{ }^\circ\text{C}$ における α -ピロンの光許容・熱禁制の化学反応を利用する. この化学反応の中間体Dの構造式を示せ.
- カプセル状の分子Eは α -ピロン1個を内包できる. Eが共存する溶液中で α -ピロンに光を照射したところ, 低温ではなく, $22\text{ }^\circ\text{C}$ でもシクロブタジエンを観測することができた. この理由を述べよ.



2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第 10 問 生物学・生物物理学（1）（その 1）

I. ある培養液中の好気性従属栄養バクテリア A の増殖について考察する。酸素は十分に供給され、培養液の pH と温度は一定に保たれているとする。この培養液にはバクテリア A の増殖に必要な窒素源となる栄養分子が 1 種類だけ含まれている。バクテリア A をこの培養液（体積 V ）中に均一に浮遊させ、つねに攪拌する。培養液の体積と比べ、バクテリア A の総体積は無視できるほど小さいとして、以下の問いに答えよ。

- (1) 細胞の数密度を計量する、もしくは推定する手法を 1 つ、原理とともに 1, 2 行で述べよ。細胞の種類は問わない。
- (2) 培養液単位体積あたりのバクテリア A の数（数密度） N の時間変化は、時間を t とおき、培養液中の栄養分子の濃度を S （モル濃度）とおき、 r_m と K をともに正の定数として、

$$\frac{dN}{dt} = \frac{r_m S}{K + S} N \equiv R(S)N \quad [\text{式 1}]$$

にしたがうとする。 $S \ll K$ のときと、 $S \gg K$ のときの $R(S)$ の近似式をそれぞれ示し、その性質を 2, 3 行で説明せよ。

- (3) 対数増殖期におけるバクテリア A の増殖速度を、栄養分子の濃度 S とともに測定したところ、図 1 のようなグラフが得られた。[式 1] の右辺にもとづき、 r_m と K の値をそれぞれ求めよ。答えには単位を含めること。 μM は 10^{-6} mol/l を意味する。

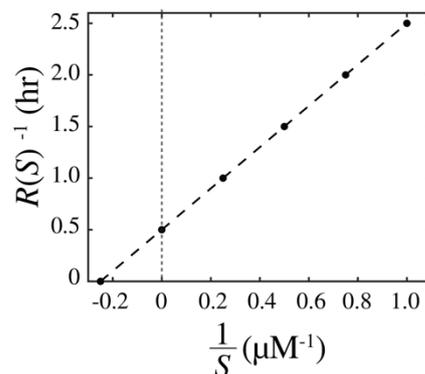


図 1

- (4) 栄養分子の濃度 S は、バクテリア A によって消費されることで

$$\frac{dS}{dt} = -g \frac{r_m S}{K + S} N \quad [\text{式 2}]$$

に従うとする。パラメタ g （正の定数）は係数としてどのような量を表しているか、[式 1] をふまえて 1, 2 行で説明せよ。

- (5) 初期条件 $N = N_a$, $S = S_a$ で培養を開始した後、[式 1]、[式 2] に従って栄養分子の濃度が $S = S_a/3$ まで低下したとする。この時点における N を求めよ。保存量があることを利用してもよい。
- (6) 図 2 のように、バクテリア A を含んだ体積 V の培養液に、新しい培養液（栄養分子の濃度 S_0 、バクテリアは含まない）を単位時間あたり体積 Q だけ連続的に供給し、同様に古い培養液（バクテリアも含む）を体積 Q だけ排出することとした。このような系はケモスタットと呼ばれる。 $D \equiv Q/V$ を用いると、この交換によってバクテリア A の数密度は単位時間あたりに DN 減少し、栄養分子の濃度は単位時間あたりに $D(S_0 - S)$ 増加する。（次ページに続く）

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第 10 問 生物学・生物物理学（1）（その2）

(前ページからの続き)

[式 1]、[式 2] にもとづき、ケモスタット中の栄養分子の濃度 S とバクテリア A の数密度 N が従う方程式をたて、無次元化によってパラメタを減らすことで、[式 3] が得られることを示せ。ただし $s = S/K$, $s_0 = S_0/K$, $t' = Dt$, $\gamma = r_m/D$, $N = nK/g$ とおくこと。

$$\frac{dn}{dt'} = \gamma \frac{s}{1+s} n - n \quad (\equiv F(s, n))$$

$$\frac{ds}{dt'} = -\gamma \frac{s}{1+s} n + s_0 - s \quad (\equiv G(s, n))$$

[式 3]

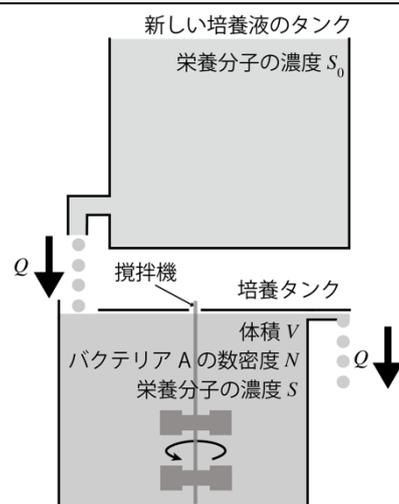


図 2

(7) [式 3] の時間発展を (s, n) 座標上で考察する。以下の小問に答えよ。ただし、物理的に意味のある領域は $0 \leq s \leq s_0$, $n \geq 0$ とする。

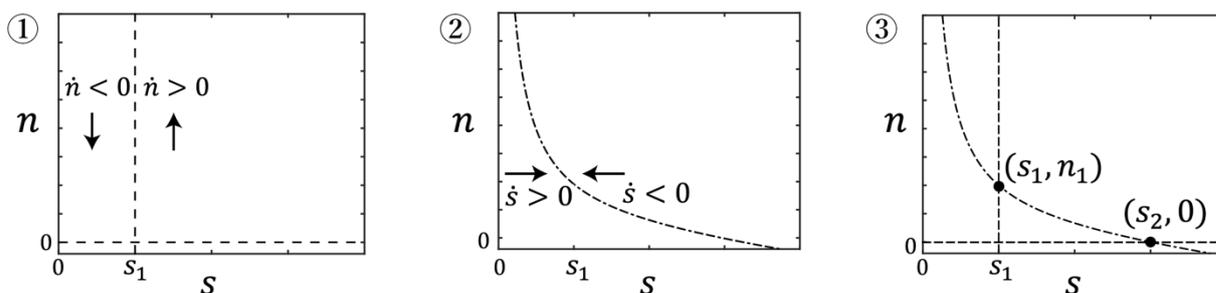


図 3

(a) 図 3 グラフ①の破線 $s = s_1, n = 0$ は $F(s, n) = 0$ を満たす点の集合を表している。 s_1 を求めよ。また、グラフ①の矢印のように、 n 方向の速度成分 ($\dot{n} \equiv dn/dt'$) の向きが $s = s_1$ を境に反転することを示せ。

(b) 図 3 グラフ②の一点鎖線は $G(s, n) = 0$ を表し、それを境に s 方向の速度成分 ($\dot{s} \equiv ds/dt'$) の向きが矢印のように反転することを表している。 $G(s, n) = 0$ を満たす n を s の式として表せ。

(c) 図 3 グラフ③は $F(s, n) = 0$, $G(s, n) = 0$ と、その交点 (s_1, n_1) , $(s_2, 0)$ を示す。 n_1 と s_2 を求めよ。

(d) 点 (s_1, n_1) は微小な摂動にたいして安定である。他のパラメータは一定のまま、交換率 D を上げていくと $D = D^*$ で、バクテリアが洗い流されて完全になくなった状態が唯一の定常解となる。無次元化する前のパラメタ K, r_m, S_0 を用いて D^* を表せ。また、図 3 グラフ③上の破線 $s = s_1$ がどこに移動すればこの状態が現れるかを、グラフで説明せよ。

II. 神経細胞のシナプスでは、どのような神経伝達物質が使われているか。具体例を複数挙げて、その作用について説明せよ。また、シナプスが学習や記憶に関係していると考えられる理由を述べよ。あわせて 10 行程度で記述せよ。

2025 年度修士課程入学試験問題
 相関基礎科学系 総合科目

第 11 問 生物学・生物物理学（2）

次の文を読み、以下の問 I～IV に答えよ。

Wnt 経路は(a)細胞内シグナル伝達経路の一つであり、Wnt タンパク質が受容体に結合することで、その情報が細胞内に伝えられ、標的遺伝子の発現が制御される。Wnt 経路の研究においては、培養細胞を用いた実験系が広く用いられている。例えば、Wnt 経路の標的遺伝子の転写を制御するプロモーターの下流にホタル由来のルシフェラーゼ遺伝子を連結したプラスミド DNA(プラスミド A とする)を培養細胞に導入することで、(b)Wnt 経路のシグナル強度を検出することができる。Wnt 経路はツメガエルの初期発生においても様々な役割を果たす。たとえば、(c)胚の背腹方向は、受精後に胚の片側だけで Wnt 経路が活性化されることによって決められる。また原腸胚期においては、胚の内部に潜り込んだ中内胚葉の先端部で(d)Wnt 経路が調節されることが頭部の形成に必要であることも分かっている。

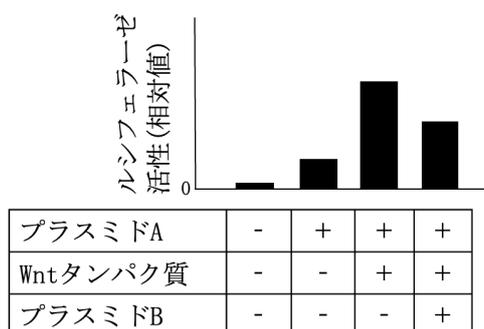


図1. 導入・作用させたものを+で示す。

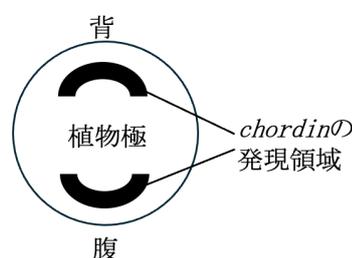


図2

問 I 下線部(a)について。一般に、タンパク質のリン酸化は細胞内シグナル伝達の重要な要素の一つである。

- (1) タンパク質の脱リン酸化に関わる酵素の名称を記せ（脱リン酸化酵素は正答としない）。
- (2) タンパク質の中でリン酸化を受けるアミノ酸残基を 3 つ記せ。

問 II 下線部(b)について。Wnt 経路の調節にはたらく X タンパク質の役割を調べるため、①プラスミド A、②X タンパク質を細胞内で恒常的に発現させることができるプラスミド B、③Wnt タンパク質を培養細胞に導入、または作用させるという実験を行った。その結果を図 1 に示す。

- (1) プラスミド A を用いると、なぜ Wnt 経路のシグナル強度を検出できるか。簡単な実験の方法とともに、3 行以内で記せ。
- (2) X タンパク質は Wnt 経路に対して促進的、抑制的、どちらに働くと考えられるか記せ。

問 III 下線部(c)について。Wnt 経路の活性化因子をコードする mRNA を胚の腹側に注入すると、非注入胚では背側植物極側の一部だけで発現するオーガナイザー遺伝子 *chordin* の発現領域が図 2 のように 2 カ所で観察された。この結果から、Wnt 経路はもともと胚の背側、腹側のどちらで活性化されていると考えられるか。理由とともに 1 行程度で記せ。

問 IV 下線部(d)について。Y タンパク質は、Wnt 経路に対して抑制的に働くことがわかっている。ツメガエル胚の、将来頭部になると予想される部分に Y タンパク質をコードする mRNA を注入したところ、頭部の肥大が観察された。

- (1) 頭部の形成には、Wnt 経路が促進されること、抑制されることのどちらが必要か。理由とともに 2 行以内で記せ。
- (2) 頭部になると予想される部分に、問 II における X タンパク質をコードする mRNA を注入した場合、頭部は肥大する、縮小する、のどちらになると期待されるか記せ。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第 12 問 科学史・科学哲学（1）

次のA・Bのうち、1題を選び、答えなさい。複数解答した場合はすべて無効とする。選択した問題の記号は、解答冒頭に明記すること。

A 次の2つの設問に答えなさい。

- I. アメリカ合衆国における原子爆弾の開発の過程を簡潔に記しなさい。
- II. 戦争は科学の発展をもたらすのであろうか、あるいは発展を妨げるのであろうか。歴史上の具体的事例を挙げて論じなさい。

B 次の2つの設問に答えなさい。

- I. 他者の発言の意味を理解することと他者の心を読むこと（mind reading）はどのように関係しているだろうか。この問いに関する哲学的議論を一つ取り上げ、説明しなさい。
- II. Iで取り上げた議論の妥当性について論じなさい。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第 13 問 科学史・科学哲学（2）

次のA・Bのうち、1題を選び、答えなさい。複数解答した場合はすべて無効とする。選択した問題の記号は、解答冒頭に明記すること。

A 次の2つの設問に答えなさい。

- I. ジェンダード・イノベーションとはなにか、簡潔に記しなさい。
- II. 男性（または女性）のみを対象や基準として開発された技術の具体例を挙げ、それが生み出す問題点、およびそうした問題点への対処法について論じなさい。

B プトレマイオスは天動説モデルを『アルマゲスト』で集大成する一方、占星術に関するマニュアル『テトラビブロス』も残した。今日では疑似科学の代表と考えられている占星術に関してなぜプトレマイオスはマニュアルを書いたのかを答え、占星術を科学史で扱う意義について論じなさい。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第 14 問 科学史・科学哲学（3）

次のA・Bのうち、1題を選び、答えなさい。複数解答した場合はすべて無効とする。選択した問題の記号は、解答冒頭に明記すること。

A 経験科学の知見は、哲学理論にどのような意義をもつ（あるいはもたない）だろうか。特定の哲学分野について、その分野に関連する重要な経験科学の研究をすくなくとも一つ紹介しつつ、論じなさい。

B 次の2つの設問に答えなさい。

- I. 科学技術コミュニケーションのモデルにはどのようなものがあるのか、説明しなさい。
- II. 科学技術コミュニケーションは社会の中でどのような役割を果たすべきか、論じなさい。

2025 年度修士課程入学試験問題
相関基礎科学系 総合科目

第 15 問 科学史・科学哲学（4）

次のAからOまでの言葉から4つを選択し、科学史的、哲学的、ないし科学技術論的観点から説明しなさい。5つ以上選択した場合は、すべて無効とする。選択した問題の記号は、その解答の冒頭に明記すること。

- (A) affirmative action
- (B) 王立協会 (Royal Society)
- (C) ケプラーの法則
- (D) 再現性の危機
- (E) 実験哲学の肯定的プログラム (positive program) と否定的プログラム (negative program)
- (F) 社会構築主義
- (G) 自由学芸の数学四科
- (H) 身体性認知 (embodied cognition)
- (I) 真理条件的意味論
- (J) 説明可能なAI
- (K) 第三の波 (科学論)
- (L) ツベルクリン
- (M) ヒュームの問題 (帰納の問題)
- (N) フォーリスミーの代数学
- (O) マートン・ノルム

草稿用紙

草稿用紙

草稿用紙